

題目：透過立體圖形製作，發現歐拉公式

課題：立體圖形（包括：柱體、錐體）

年級：五年級下學期

教節：第二教節

教師：徐漢然老師

已有知識：

1. 學生能直觀辨認各類柱體、錐體和球體，並將之分類
2. 學生能講述各類柱體和錐體的特性
3. 以竹籤及泥膠製作不同的角錐體及角柱體

## 引言

在預備教授立體圖形這課題之前，有機會拜讀歐陽絳先生《數學的藝術》一書，並在第十三章(數學與猜想)中，發現與本人所教的立體圖形很有關連，可否將該章書簡化並轉化為小學五年級的課堂教材，希望學生們能感受到數學也是一門藝術。

我們不知道班中的學生中有多少位將來會成為數學家、工程師或者歌手如劉德華，我們亦無從知道他們將來需要使用多少數學。但他們只要保持對數學的興趣，很自然地他們會保留一份數學的感覺和探求數學的動力。

關於猜想在數學中的重要性，G波利亞《數學與猜想》一書序

言中指出：“在證明一個數學定理之前，你先得猜測這個定理的內容，在你完全做出詳細證明之前，你先得推測證明的思路。你先得把觀察到的結果加以綜合然後加以類比，你得一次又一次地進行嘗試。數學家的創造性工作成果是論證推理，即證明；但是這個證明是通過合情推理，通過猜想而發現的。”

## 教學目的

1. 通過實物觀察和描述，重溫柱體和錐體的特徵，包括面、棱、頂的特性。
2. 透過觀察角柱和角錐，學習及經歷猜想。
3. 透過討論、觀察、歸納及推論，找出各種立體的頂、棱、面之關係，推導出歐拉公式。

## 背後的信念

1. 因為一切數學均由猜想開始，所以我們藉此課題，向學生及早引入「猜想」的訓練
2. 由學生透過觀察及收集例子去發現一些數字關係，然後作出猜想，再以更多例子去証實，作出歸納，然後套用在其他相類似的例子上。

## 教學流程

1.	學生預備所需物品及分組而坐
2.	分派工作紙(見後頁 P. 4, P. 5)
3.	學生利用已有知識，以小組合作形式用竹籤及泥膠製作不同的柱體及錐體(即完成工作紙第一題 1-3 部份)
4.	完成製作並作紀錄、觀察及分析
5.	引導學生發掘頂、棱、面之數目與角柱體及角錐體之間的關係 (完成工作紙第一題 4-5 部份)
6.	小組討論：學生透過觀察大膽作出一些猜想---頂、棱、面三者之數目有何關係(完成工作紙第二題想一想部份)
7.	製作柱體和錐體以外的三個立體並作紀錄(完成工作紙第三題 1-3 部份)
8.	小組討論：討論第四題，寫出你們的大發現  歐拉公式： $\text{面數} + \text{頂數} - 2 = \text{棱數}$
9.	學生列舉其他例子作出例証
10.	老師總結
11.	派發數學家歐拉生平介紹及講解小組功課，回家後，各同學需完成學習日誌(給同學的一封信)

宣道會陳元喜小學下午校  
立體圖形工作紙

下 5 \_\_\_\_\_ 班

姓名： \_\_\_\_\_

1. 我們一起動手做做立體圖形(1-3)，探討它們的關係。出發!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

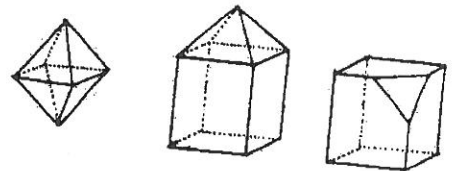
	立體圖形	面	頂(泥膠)	棱(竹枝)		立體圖形	面	頂(泥膠)	棱(竹枝)
1.	三角柱體				1.	三角錐體			
2.	四角柱體				2.	四角錐體			
3.	五角柱體				3.	五角錐體			
4.	十角柱體				4.	十角錐體			
5.	n 角柱體				5.	n 角錐體			

2. 想一想：

- 面的數目、頂點數目和棱的數目三者有何關係？

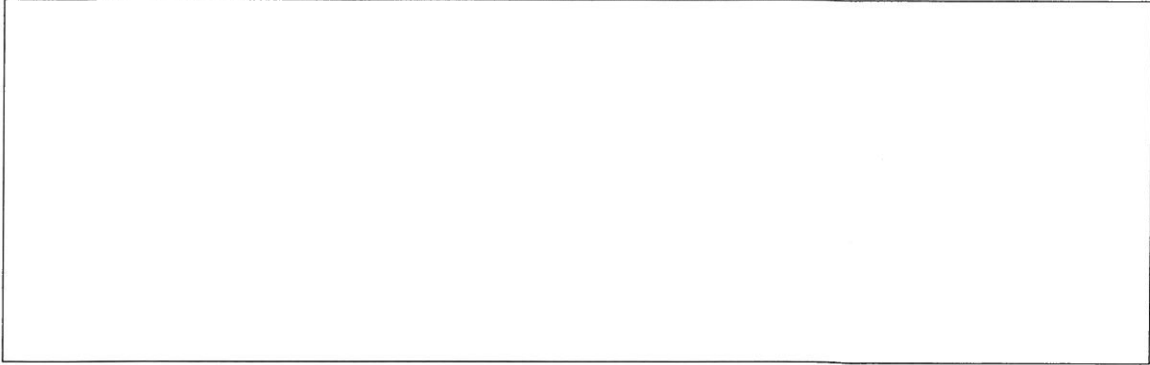
3. 現在試製作柱體、錐體以外的三個立體。

		面	頂(泥膠)	棱(竹枝)
1.	八面體			
2.	“塔頂”體			
3.	截角立方體			



4. 寫出你們的大發現。

5.其他凸的立體圖形是否也可以滿足你的發現嗎？試試看。



6. 小組功課：請到圖書館搜集以下一項資料及請一位組員報告有關資料。
- a. 哥德巴赫猜想
  - b. 四色猜想
  - c. 介紹一位數學家

## 總結

希望透過這次教授有關立體圖形的課題，學生不單學習到一般數學科知識，而且更加學習到小組合作，一同動手拼拼砌砌不同的立體，有助發展學生的抽象思維及立體空間感覺。學生們也可透過觀察而作出猜想，了解深一層的數理知識。最後，藉著猜想這課題和數學家歐拉的介紹，請同學以小組形式到圖書館搜集有關資料(其一)作小組報告：

- a. 哥德巴赫猜想
- b. 四色猜想
- c. 介紹一位數學家

小組報告的作用是令同學多看看一些教科書以外的數學書，學習搜習資料，多認識一些數學家的生平，多認識一些數學相關的歷史和發展，從而提升同學對數學的興趣，在這方面我相信是已經達到預期的效果，因為同學比以往積極多了，時常到圖書館找書，找老師問問題，上網找相關資料，找一些有趣的數學難題給其他同學解答等。雖然要較長時間來準備這課題，之後亦要聽取同學的小組報告，但同學對學習數學的興趣是明顯增加了，相信這是大家一次難忘的學習經歷。

## 參考資料

1. 歐陽絳(1994)。《《數學的藝術》》。台北：九章。
2. 鄭振初(2001)。《《小學數學課程與教學》》。  
香港：香港教育學院。